

2025 年全国硕士研究生招生考试 国防科技大学自命题科目考试大纲

科目代码：816

科目名称：实变函数

一、考试要求

主要考查学生对集与点集的理解与掌握；对 Lebesgue 测度的理解与掌握；对可测函数的理解与掌握；对 Lebesgue 积分的理解与掌握；以及运用基本理论和方法，分析解决问题的能力。

二、考试内容

1. 集与点集

掌握集合的各种运算定律；理解映射的像、原像的概念及其运算性质；了解集的对等、势的概念及其性质，会证明可数集的基本问题；掌握一维开集、闭集的性质以及内点、极限点、稠密性等若干概念；熟悉康脱集的构造及性质。

2. Lebesgue 测度

理解外测度的概念与性质，了解内测度的定义，掌握可测集的定义；掌握可测集与测度的性质；了解不可测集的存在性。

3. 可测函数

理解可测函数的概念，掌握函数可测的证明方法；理解“几乎处处”的概念；掌握几乎处处收敛、依测度收敛、近一致收敛的特征、性质以及它们之间的关系；理解 Riesz 定理与叶果洛夫

定理, 并掌握其证明方法; 理解可测函数的构造, 掌握鲁津定理。

4. Lebesgue 积分

理解 Lebesgue 积分的定义, 掌握 Lebesgue 积分的基本性质; 掌握证明积分基本问题的方法; 掌握积分三大极限定理及其基本用法; 了解函数常义 R 可积的充要条件, 理解 R 积分与 L 积分的关系, 并会用来计算一类 R 积分值与 L 积分值; 理解单调函数、有界变差函数的性质、掌握绝对连续函数的基本性质、特征及应用; 掌握 Lebesgue 积分意义下的微积分基本定理。

三、考试形式

考试形式为闭卷、笔试, 考试时间为 3 小时, 满分 150 分。题型包括: 填空题 (约 30 分)、证明题 (约 100 分)、计算题 (约 20 分)。

四、参考书目

《实变函数与泛函分析概要》(第一册), 郑维行, 王声望编. 北京: 高等教育出版社, 2019 年, 第五版。